КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
Оренбургская областная олимпиада школьников 5-8 классов
по математике

7 класс

1. Запишите наименьшее число с суммой цифр 62, в записи которого используются, по крайней мере, три разные цифры.

Ответ. 17999999.

Решение: $62 = 9 \cdot 6 + 8$. Т.е. число как минимум семизначное. Но если оно семизначное, то в его десятичной записи ровно 6 девяток и 1 восьмёрка. По условию задачи в числе должны быть по крайней мере три различные цифры, поэтому оно как минимум восьмизначное. Первая цифра не меньше 1, а сумма первой и второй не меньше 8. Разбив 8 на 1+7, получаем ответ 17999999.

Баллы	Критерии оценивания задания №1
5	Приведен верный ответ
0	Приведен неверный ответ или ответ отсутствует

Примечание. В этой задаче решение не обязательно.

2. Влад и Дима решили подзаработать. Каждый из них решил положить по 3000 рублей в банк, а через год все деньги снять. Влад выбрал вклад «Уверенность»: за год сумма увеличивается на 20%, но при снятии банк взимает комиссию 10%. Дима выбрал вклад «Надёжность»: за год сумма увеличивается на 40%, но при снятии банк взимает комиссию 20%. («Банк взимает комиссию n%» означает то, что банк оставляет себе n% от текущей величины вклада, а оставшуюся часть вклада возвращает его владельцу.) Кто получит большую годовую прибыль от вклада? Чему будет равна разница?

Ответ: Дима заработает больше на 120 рублей.

Решение: у Влада сумма вклада за год возрастёт до $3000 \cdot 1{,}2$ рублей, а при снятии уменьшится до $3000 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}9 = 3240$ рублей. У Димы же сумма вклада за год возрастёт до $3000 \cdot 1{,}4$ рублей, а при снятии уменьшится до $3000 \cdot 1{,}4 \cdot 0{,}8 = 3360$ рублей. Следовательно, Дима заработает больше на 120 рублей.

Баллы	Критерии оценивания задания №2
5	Приведен верный ответ
0	Приведен неверный ответ или ответ отсутствует

3. На рисунке изображен прямоугольник, составленный из двенадцати квадратов. Периметр этого прямоугольника равен 102 см. Чему равна его площадь? Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Ответ. 594.

Решение: Будем называть квадраты большими (такой один), средними (таких три) и маленькими (таких восемь). Обозначим сторону среднего квадратика через 4a. Тогда сторона большого квадрата равна 12a, а сторона маленьких квадратиков равна $12a:4=3a$. Следовательно, стороны прямоугольника равны $12a$ и $4a+12a+3a+3a=22a$, а периметр – $2(12a+22a)=68a$. $a=102:68=\frac{3}{2}$. Площадь равна $12a\cdot 22a=264a^2=66\cdot 9=594$.

Баллы	Критерии оценивания задания № 3
5	Приведено полное обоснованное решение
2	Приведен только верный ответ
0	Приведен неверный ответ или ответ отсутствует

4. Задача 7.3. Крош и Ёжик решили проверить, кто из них быстрее добежит по прямой дороге от домика Копатыча до домика Лосяша. Когда Крош пробежал 20 метров, Ёжик пробежал всего 16 метров. А когда Крошу оставалось 30 метров, Ёжику оставалось 60 метров. Сколько метров составляет длина дороги от домика Копатыча до домика Лосяша? (Крош и Ёжик выбежали одновременно, каждый из них бежал со своей постоянной скоростью.)

Ответ: 180.

Решение: Когда Крош пробежал 20 метров, Ёжик пробежал всего 16 метров, поэтому их скорости относятся как 5 : 4. Когда Крошу оставалось пробежать 30 метров, пусть он уже пробежал $5x$ метров (x — не обязательно целое число). Тогда к этому моменту Ёжик пробежал $4x$ метров. Значит, общая длина всей дороги в метрах с одной стороны равна $5x$ + 30, а с другой стороны — $4x$ + 60. Получаем уравнение $5x$ + 30 = $4x$ + 60, из которого находим x = 30. Следовательно, искомая длина составляет 5 · 30 + 30 = 180 метров.

Баллы	Критерии оценивания задания № 4
5	Приведено полное обоснованное решение
2	Приведен только верный ответ
0	Приведен неверный ответ или ответ отсутствует

5. Клетки таблицы 50×50 раскрашены в n цветов так, что для любой клетки в объединении её строки и столбца встречаются клетки всех n цветов. Найдите наибольшее возможное количество клеток синего цвета, если: а) $n = 2$; б) $n = 25$.

Ответ: а) 2450; б) 1300.

Решение: докажем, что клеток любого цвета A, встречающегося в раскраске, не меньше 50. Предположим, это не так, и клеток цвета A не больше 49. Тогда найдётся строка без клеток цвета A, а также найдётся столбец без клеток цвета A. Но тогда для клетки в пересечении этих строки и столбца условие не выполняется, противоречие. Следовательно, клеток любого цвета A не меньше 50. (а) Поскольку клеток не синего цвета не меньше 50, то клеток синего цвета не больше $50 \cdot 50 - 50 = 2450$. Ровно 2450 клеток синего цвета может быть, например, если в нижней строке все клетки — красные, а все остальные клетки таблицы — синие. (б) Поскольку клеток любого не синего цвета не меньше 50, то клеток синего цвета не больше $50 \cdot 50 - 24 \cdot 50 = 1300$. Ровно 1300 клеток синего цвета может быть, например, если в первых 26 строках таблицы все клетки — синие, а каждая из остальных 24 строк состоит из клеток какого-то одного цвета, причём цвета этих 24 строк различны.

Баллы	Критерии оценивания задания № 5
5	Приведено полное обоснованное решение и пункта а) и пункта б)
3	Приведено только решение и ответ пункта б)
1	Приведено только решение и ответ пункта а)
0	Приведен неверный ответ или ответ отсутствует